

2011

UNED

UNED

**DISEÑOS DE INVESTIGACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS**

**[TEMA 6]**

Análisis de datos en diseños intra-sujetos

## ÍNDICE

6.1.- Introducción

6.2.- Objetivos del tema

6.3.- Diseños de un factor intra-sujetos

6.3.1.- Análisis de datos mediante razones básicas

6.3.2.- Perspectiva clásica en el análisis de datos

6.3.3.- Análisis de datos considerando el contrabalanceo

6.4.- Resumen

6.5.- Ejercicios de auto-evaluación

6.5.1.- Enunciados

6.5.2.- Soluciones

6.6.- Ejercicios propuestos

## 6.1.- Introducción

En este capítulo aprenderemos a analizar los resultados obtenidos en un diseño experimental en donde se ha manipulado una única variable independiente (es decir, un único factor en la terminología ya vista en el Capítulo 5) con más de dos niveles pero de forma intra-sujeto. Esto significa que todos los participantes (o unidades de observación) han pasado por todos los niveles del factor. A este tipo de diseños también se les conoce como diseños de medidas repetidas (en el sentido de que a cada sujeto se le repite la medición de la variable dependiente en diversas condiciones, tantas como niveles tenga el factor manipulado) o diseños de medidas dependientes (debido a que las puntuaciones de un mismo sujeto muestran dependencia estadística entre ellas). Esta particularidad tendrá consecuencias importantes para el análisis debido a que las observaciones realizadas sobre cada unidad de observación se encuentran relacionadas y, además, es necesario contrabalancear la presentación de las condiciones a cada sujeto para evitar efectos de orden. Ninguno de estos aspectos se encuentra presente en el diseño de un factor inter-sujetos ya visto en el Capítulo 5.

Dividiremos el capítulo en dos grandes apartados: el análisis tradicional en donde no se toma en consideración el contrabalanceo de los niveles del factor y un análisis más detallado en donde la consideración del contrabalanceo permite una mayor reducción en la varianza de error, lo cual redundará en un análisis experimental más sensible.

## 6.2.- Objetivos

Al finalizar este capítulo, el alumno podrá ser capaz de:

- Diferenciar un diseño de un factor intra o intersujeto.
- Reconocer las ventajas e inconvenientes de cada uno de estos diseños.
- Aplicar los cálculos necesarios para evaluar la significatividad de un factor manipulado intra-sujeto, es decir, para determinar si el factor afecta a la variable dependiente.
- Informar de los resultados de un ANOVA de un factor intra-sujeto.
- Aplicar y conocer si el ANOVA realizado ha tomado en consideración el contrabalanceo del diseño o no.

## 6.3.- Diseños de un factor intra-sujetos

Es posible que el alumno haya observado por sí mismo que, en algunos casos, un factor (es decir, una variable independiente) puede manipularse de manera distinta a la creación de grupos distintos, que es la forma en que se ha presentado hasta el momento la manipulación de una variable independiente y que se estudió en el capítulo previo. En ciertos casos, en vez de formar un grupo distinto de unidades de observación (usualmente los participantes en un experimento pero que también pueden ser empresas comerciales, departamentos, terapias, etc.) y someter a cada uno de los sujetos de estos grupos a un único nivel del factor, se puede pensar en someter a cada unidad de observación a todos los niveles del factor. En este caso hablamos de que el factor se ha manipulado intra-sujetos y lo representaremos introduciendo el nombre o símbolo del factor entre paréntesis.

**Ejemplo 6.1.-** Durante todo este capítulo trabajaremos con un fenómeno extraído de la Psicología de la Atención y ampliamente utilizado para evaluar defectos atencionales (v.g., el ADHD o *Attention Deficit Hyperactivity Disorder*). Nos referimos al *efecto Stroop*. En primer lugar recordaremos en qué consiste. El efecto *Stroop* es la diferencia de tiempos de reacción medios existente entre tres condiciones experimentales consistentes en presentar palabras de color (v.g., verde) escritas en tintas de diferentes colores (v.g., tinta roja, verde o azul). La

tarea del sujeto es nombrar lo más rápidamente la tinta en que se encuentran escritas las palabras, no la palabra escrita. En estos experimentos, lo más usual es que existan tres condiciones (niveles del factor): la condición congruente, la condición incongruente y la condición neutral. En la condición congruente se presentan palabras de color escritas en el mismo color que representan (v.g., verde, rojo, azul). Al ser la palabra y el color idénticas, se denomina a esta condición "congruente". En la condición incongruente, las palabras y el color no coinciden (v.g., verde, rojo, azul). El hecho de que el sujeto tenga que decir en voz alta y rápida "rojo" cuando se le presenta el estímulo "verde" (recuérdese que el sujeto debe nombrar el color de la tinta, no nombrar la palabra) provoca un incremento del tiempo de reacción medio así como un incremento en el número de errores de esta condición en relación a la condición neutral. En la condición neutral, se suelen presentar estímulos semánticamente neutros (v.g., xxxxx, xxxxx, xxxxx), aunque hay otras posibilidades. La tarea del sujeto sigue siendo nombrar el color. La investigación sigue tratando hoy en día de identificar el mecanismo que produce este efecto (véase el artículo de Melara y Algom, "Driven by information: A Tectonic Theory of Stroop Effects" de 2003, para ver un modelo formal que trata de explicar los efectos experimentales observados utilizando este paradigma).

Siguiendo con el fenómeno y la situación experimental mostrada en el Ejemplo 6.1, cuando realizamos un experimento clásico para demostrar el efecto *Stroop* podemos realizarlo, a grandes rasgos, de dos maneras distintas. En el diseño inter-sujetos visto hasta el momento (diseño que simbolizaremos como  $A \times S$ , en donde A representa el factor "condición de Stroop" con tres niveles, S representa a los sujetos y la cruz que los une representa su combinación o interacción –el concepto estadístico de interacción lo veremos en el tema 7 por lo que no incidimos en su explicación en este momento-) utilizaríamos tres grupos distintos de participantes y cada grupo sería sometido a una única condición, congruente, incongruente y neutral. En consecuencia, cada sujeto tendría única y exclusivamente una puntuación (la media del tiempo de reacción –TR– de todos aquellos ensayos de la condición a la que haya sido asignado). En el diseño intra-sujetos, por el contrario, presentaríamos a todos los participantes las tres condiciones experimentales. En consecuencia, obtendríamos para cada participante tres puntuaciones: la media de TR en la condición congruente, la media en la condición incongruente y la media en la condición neutral. Para diferenciar simbólicamente este tipo de diseños (intra-sujetos) de los anteriores (inter-sujetos) introduciremos el factor experimental

entre paréntesis en combinación con el factor sujetos. Por consiguiente, en nuestro caso lo representaríamos como  $(A \times S)$ . En consecuencia, la terminología que adoptaremos es que cuando veamos los símbolos  $A \times S$  representa un experimento inter-sujetos en donde el factor manipulado ha sido A mientras que un experimento intra-sujetos donde el factor manipulado lo haya sido intra-sujetos lo representaremos mediante  $(A \times S)$ .

El objetivo del presente capítulo es el estudio del tipo de análisis estadístico que exige este tipo de diseños para un único factor. En un primer apartado introduciremos el procedimiento de análisis y su lógica sin considerar el contrabalanceo de las condiciones experimentales. En un segundo apartado veremos los matices que añade el considerar el contrabalanceo en relación al incremento de la potencia estadística.

### 6.3.1.- Análisis de datos mediante razones básicas

El sistema que utilizaremos para denotar las puntuaciones individuales, los sumatorios de cada condición y demás cálculos, es idéntico al utilizado en el diseño  $A \times S$  y, para un seguimiento sencillo del procedimiento de análisis, presentaremos el capítulo al hilo de un ejemplo (véase el Ejemplo 6.2).

**Ejemplo 6.2.-** Supongamos que en un experimento de Stroop clásico<sup>1</sup> con tres condiciones o niveles (el número de niveles para el factor A lo representaremos mediante la misma letra que representa el factor pero en minúscula, de tal forma que, en este caso, como el factor A - condición Stroop- ha sido manipulado a tres niveles, diremos que  $a = 3$ ) hemos obtenido las puntuaciones medias de TR que se observan en la Tabla 6.1:

Tabla 6.1

	Niveles del factor "Condición de Stroop" (factor A)			Suma
	Condición Congruente	Condición Incongruente	Condición Neutral	
Participantes	$a_1$	$a_2$	$a_3$	
Participante 1	0.545	0.832	0.620	$S_1 = 1.997$
Participante 2	0.630	0.736	0.635	$S_2 = 2.001$
Participante 3	0.610	0.663	0.680	$S_3 = 1.953$
Participante 4	0.680	0.715	0.660	$S_4 = 2.055$
Participante 5	0.590	0.880	0.700	$S_5 = 2.170$
Participante 6	0.600	0.790	0.670	$S_6 = 2.060$

Suma	$A_1 = 3.655$	$A_2 = 4.616$	$A_3 = 3.965$	$T = 12.236$
------	---------------	---------------	---------------	--------------

Cada valor numérico que aparece en el grueso de la Tabla 6.1 representa la media de TR para varios ensayos. Más adelante, haremos referencia a los datos que aparecen en el grueso de la Tabla 6.1 como la *Tabla  $AS_{ij}$*  debido a que en ella se encuentran las puntuaciones obtenidas en cada nivel del factor (A) para cada uno de los sujetos (S). El subíndice "i" hace referencia al nivel del factor A y el subíndice "j" hace referencia al sujeto o participante. En este ejemplo, las puntuaciones que aparecen en la Tabla  $AS_{ij}$  son las medias (en segundos) para los seis sujetos en cada condición (congruente, incongruente y neutral). Como medias que son, representan el promedio de varios ensayos (pueden ser cientos) pertenecientes a cada condición. Así, por ejemplo, la puntuación del participante 1 en la condición congruente ( $a_1$ ), 0.545 s., puede ser la media del TR en 50 o 100 ensayos. En cada ensayo de esta condición se le presentaron estímulos congruentes (palabra y color coincidían, es decir, eran del tipo: ROJO, VERDE, AZUL). El resto de puntuaciones siguen el mismo esquema: son medias de muchas puntuaciones. Si en el experimento (ficticio) se hubiesen utilizado 100 ensayos por condición, esto significaría que cada sujeto habría tenido que realizar 300 ensayos (100 para la condición congruente, 100 para la incongruente y 100 para la neutral). A posteriori, el investigador clasifica los ensayos por condición y calcula tres medias, una para cada condición. Esto señala un inconveniente del diseño ( $A \times S$ ), a saber, a igualdad de condiciones, los participantes son sometidos a muchos más ensayos que en el diseño  $A \times S$ , lo cual puede introducir efectos de fatiga y/o aprendizaje.

Los sumatorios que aparecen en cada fila ( $S_j$ ) y cada columna ( $A_i$ ), así como el sumatorio total (T), se utilizarán posteriormente en los cálculos necesarios para responder a la pregunta de si la condición experimental (condición de Stroop) afecta a la media de los TR y en qué sentido.

En este ejemplo concreto que estamos poniendo, las condiciones experimentales se presentaron en diferente orden para cada sujeto, en concreto, los participantes 1 y 4 pasaron primero por la condición congruente, luego por la incongruente y, por último, por la neutral. Los participantes 2 y 5 recibieron primero la condición incongruente, luego la neutral y, por último, la congruente. Por último, los participantes 3 y 6 recibieron primero la condición neutral, luego la congruente y luego la incongruente. A este procedimiento metodológico para evitar que el orden de los tratamientos interfiera con los resultados se

le conoce como *contrabalanceo* de las condiciones experimentales. Obsérvese en el contrabalanceo la importancia que tiene el que los diversos órdenes de presentación de las condiciones estén equilibrados (2 sujetos en cada orden en este caso).

No obstante, esta necesidad de contrabalanceo sólo se presenta si utilizamos un diseño en que todos los estímulos del mismo tipo (congruentes, incongruentes y neutrales) se presentan agrupados. Esto significa que, por ejemplo, primero se presentarían 100 ensayos de estímulos todos congruentes, luego 100 ensayos de estímulos todos incongruentes y, por último, 100 ensayos todos neutrales (sujetos 1 y 4 ya que son estos los que tienen este orden en el contrabalanceo). En el caso de que todos los estímulos se presentaran aleatoriamente (v.g., en el primer ensayo podría presentarse un estímulo congruente, en el segundo uno neutral, en el tercero otro congruente, en el cuarto uno incongruente, y así sucesivamente), el control metodológico del contrabalanceo no tendría sentido.

Resulta útil considerar la Tabla 6.1 como el total entrecruzamiento de dos factores: el factor A que estamos manipulando (condición de Stroop) y los sujetos (a los que denotamos como S), asemejándose en este sentido al diseño de dos factores que se verá posteriormente (Capítulo 7). En el diseño  $A \times S$  este entrecruzamiento no existía debido a que cada sujeto sólo participaba de un nivel de A. Un aspecto novedoso es que podemos considerar a los sujetos (simbolizado por S) otro factor en el mismo sentido que lo hicimos para el factor A. Desde esta perspectiva tendremos que hablar de que, realmente, nos encontramos ante un diseño con dos factores, A y S. Esto conlleva el que debemos tomar en consideración la posible interacción entre ambos factores (concepto que se verá en el próximo tema) aunque, a veces, en este tipo de diseños se puede asumir que esta interacción no es significativa lo cual significa que todos los sujetos responden con el mismo patrón a las diversas manipulaciones experimentales. Se admite que los niveles absolutos de actuación de los sujetos pueden diferir (algunos serán mejores y otros peores, es decir, más rápidos y con menos errores o más lentos y con más errores) pero el patrón de respuesta ante las tres condiciones no debe diferir significativamente entre distintos sujetos si consideramos que A no interactúa con S. Esto es lo que significa que no exista interacción entre los factores A y S. Si distintos sujetos respondieran de forma diferente a las condiciones experimentales, tendríamos una interacción. En el diseño intra-sujetos se admite (o se asume) que no existe interacción y, por tanto, interesa estudiar solamente A.



**Condiciones y supuestos:** Los supuestos que deben cumplirse para poder aplicar correctamente el ANOVA de un factor intra-sujetos son similares a los supuestos que se plantearon en el factor inter-sujetos, a saber:

- La variable dependiente (a la que denotaremos genéricamente por  $Y$ ) debe estar medida, al menos, a un nivel de intervalo. Esto significa que no es apropiado utilizarlo si la variable dependiente es ordinal o nominal.
- Las puntuaciones de la variable dependiente  $Y$  en cada nivel del factor deben ser independientes entre sí.
- Las puntuaciones de la variable dependiente  $Y$  en cada nivel del factor deben tener distribución normal.

Pero, además, se exigen dos condiciones particulares de los diseños ( $A \times S$ ):

- Las varianzas de las puntuaciones para los distintos niveles del factor deben ser iguales entre sí.
- Las covarianzas entre todos los niveles del factor deben ser iguales entre sí.

En el ejemplo 6.2. estos supuestos se concretan en que:

1. La variable dependiente en nuestro ejemplo es el TR medio medido en segundos. El tiempo promedio que un participante tarda en nombrar el color en el que está escrita la palabra es una variable de nivel de razón ya que puede adoptar teóricamente un valor 0 que significa ausencia de la misma (aunque los TR reales siempre serán superiores a 0).
2. Las puntuaciones de la condición congruente ( $\{0.545, 0.630, 0.610, 0.680, 0.590, 0.600\}$ ) deben ser independientes entre sí, es decir, el que el primer sujeto obtuviese un TR medio de 0.545 en la condición congruente no nos debe proporcionar información alguna acerca de los TRs de los siguientes sujetos (o de los anteriores, si los hubiera). Lo mismo se aplica a las puntuaciones de las condiciones incongruente y neutral. Obsérvese que esto no tiene porqué cumplirse para las puntuaciones de cada sujeto, es decir, es muy probable que las puntuaciones del

primer sujeto ( $\{0.545, 0.832, 0.620\}$ ) no superen un test de independencia (lo mismo sucederá con las puntuaciones de cada sujeto o participante). Esto resulta fácil de entender ya que si un sujeto es rápido tardará más en la condición incongruente que en la congruente, pero su tiempo será rápido en ambas. Si un sujeto es lento también tardará más en la condición incongruente que en la congruente por término medio, pero será lento en ambas. Hay dependencia entre las puntuaciones de un mismo sujeto pero no entre sujetos.

- Las puntuaciones poblacionales en todas las condiciones deben distribuirse según la curva normal. Considerando la condición congruente, como solamente disponemos de una muestra de 6 puntuaciones en esta condición, la evaluación del cumplimiento de los supuestos consistiría en evaluar si estas puntuaciones ( $\{0.545, 0.630, 0.610, 0.680, 0.590, 0.600\}$ ) son compatibles con la hipótesis de que la distribución poblacional es normal (este tipo de contraste estadístico se conoce como de "bondad de ajuste", en este caso, se trataría de probar qué tal de bien ajustan estos datos a la curva normal teórica). Lo mismo se aplica a los conjuntos de datos pertenecientes a las condiciones incongruente ( $\{0.832, 0.736, 0.663, 0.715, 0.880, 0.790\}$ ) y neutral ( $\{0.620, 0.635, 0.680, 0.660, 0.700, 0.670\}$ ). No obstante, el ANOVA es robusto ante el incumplimiento de este supuesto por lo que se pueden encontrar estudios donde se aplicó el ANOVA como técnica de análisis sin cumplirse el supuesto (aunque no es lo más recomendable).
- Los últimos dos supuestos pueden representarse conjuntamente mediante una tabla cuadrada  $a \times a$  que está en función del número de niveles del factor. En nuestro caso tenemos tres niveles (congruente, incongruente y neutral) para el factor A, luego podemos representarlo en una tabla (o matriz) de  $3 \times 3$  celdillas en donde introduciremos las varianzas y las covarianzas de nuestra muestra:

**Congruente (C)**

**Incongruente (I)**

**Neutral (N)**

<b>Congruente (C)</b>	$\sigma_{CC}^2$	$Cov(C, I)$	$Cov(C, N)$
<b>Incongruente (I)</b>	$Cov(I, C)$	$\sigma_{II}^2$	$Cov(I, N)$
<b>Neutral (N)</b>	$Cov(N, C)$	$Cov(N, I)$	$\sigma_{NN}^2$

En esta tabla observamos que la diagonal negativa (las celdillas CC, II y NN) representan las varianzas de cada condición (la varianza de la condición congruente, incongruente y neutral). El cuarto supuesto asume que estas varianzas (no las medias) son idénticas en la población, luego se asume que  $\sigma_{CC}^2 = \sigma_{II}^2 = \sigma_{NN}^2$ . Si el supuesto se cumple podemos otorgarle un símbolo único a la misma (v.g.,  $\sigma_Y^2$  para indicar que es la varianza de la variable dependiente, sin distinguir entre las condiciones ya que estamos asumiendo que son idénticas). Pero como todo supuesto, lo más adecuado es ponerlo a prueba. En este caso, el supuesto tendría que ponerse a prueba mediante un contraste de varianzas en el que se evaluara si los valores muestrales {0.545, 0.630, 0.610, 0.680, 0.590, 0.600}, {0.832, 0.736, 0.663, 0.715, 0.880, 0.790} y {0.620, 0.635, 0.680, 0.660, 0.700, 0.670} son compatibles con la hipótesis de que se hayan extraído de poblaciones con idéntica varianza. El incumplimiento de este supuesto es particularmente grave para el ANOVA debido a que esta técnica funciona dividiendo la varianza en componentes. Su evaluación se realiza, entre otros, mediante el test de Levene (que no veremos en este curso).

El resto de celdillas representan las covarianzas entre las puntuaciones de cada par de condiciones (Congruente-Incongruente, Congruente-Neutral e Incongruente-Neutral o CI, CN e IN). Recuérdese que la covarianza entre las variables X e Y es la misma que la existente entre la covarianza de las variables Y y X. Esto significa que la covarianza entre la condición Congruente e Incongruente [Cov(C,I)] es la misma que la existente entre la condición Incongruente y Congruente [Cov(I,C)] (lo mismo se aplica al resto de combinaciones).

Después de este recordatorio, podemos decir que el quinto supuesto plantea que todas estas covarianzas son iguales entre sí, es decir,

$$Cov(I, C) = Cov(N, C) = Cov(N, I) = Cov(C, I) = Cov(C, N) = Cov(I, N)$$

Como disponemos de datos muestrales de ejemplo, el análisis del cumplimiento (o no) de los supuestos consistiría en poner a prueba el contraste estadístico de que las covarianzas entre cada par de condiciones (la covarianza entre {0.545, 0.630, 0.610, 0.680, 0.590, 0.600} y {0.832, 0.736, 0.663, 0.715, 0.880, 0.790} por un lado, la covarianza entre

{0.545, 0.630, 0.610, 0.680, 0.590, 0.600} y {0.620, 0.635, 0.680, 0.660, 0.700, 0.670} y, por último, la covarianza entre {0.832, 0.736, 0.663, 0.715, 0.880, 0.790} y {0.620, 0.635, 0.680, 0.660, 0.700, 0.670}) son compatibles con un mismo y único valor de covarianza.

Estos dos últimos supuestos se denominan en la literatura como "*simetría compuesta*" debido a que, en último término, conducen a una matriz de datos (una tabla) simétrica en relación a la diagonal negativa y compuesta solamente por dos valores (una varianza y una covarianza).

$$\begin{pmatrix} \sigma^2 & \text{Cov} & \text{Cov} & \text{Cov} \\ \text{Cov} & \sigma^2 & \text{Cov} & \text{Cov} \\ \text{Cov} & \text{Cov} & \sigma^2 & \text{Cov} \\ \text{Cov} & \text{Cov} & \text{Cov} & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

**Formulación de las hipótesis:** Como ya vimos en el tema 5, el análisis clásico del ANOVA exige encontrar los componentes de variabilidad que sumados componen la variabilidad total. Es decir, buscamos dividir la variabilidad total de la variable dependiente,  $\sigma_T^2$ , en varios componentes aditivos. En nuestro caso sólo encontramos tres componentes que puedan aportar variabilidad a los datos: el factor que estamos manipulando (si y sólo si efectivamente afecta al tiempo de reacción medio ya que existe la posibilidad de que la variable independiente manipulada, el factor A, no afecte a la variable dependiente Y), los sujetos (los participantes difieren en muchas características individuales y, en consecuencia, no se comportan exactamente igual ante las condiciones experimentales presentadas; en definitiva, también son una fuente de varianza) y la interacción entre el factor y los sujetos (la posibilidad de que no todos los sujetos respondan con el mismo patrón de respuestas ante las tres condiciones experimentales también debe considerarse un componente que aporta variabilidad). Por consiguiente buscamos la parte de variabilidad que aporta el factor manipulado ( $\sigma_A^2$ ), la parte de variabilidad que aportan los sujetos o participantes ( $\sigma_S^2$ ) y la parte de variabilidad que aporta la interacción ( $\sigma_{(A \times S)}^2$ ) a la variabilidad total. Obsérvese que cuando hablamos del diseño (AxS) estamos simbolizando un tipo de diseño concreto (intra-sujetos) pero cuando este símbolo aparece como subíndice de una varianza está representando una interacción. Es importante que el alumno diferencie el mismo símbolo en función del contexto.

Comenzamos el tratamiento del análisis de datos aplicando la fórmula de descomposición de las sumas de cuadrados (en inglés, *Sum of Squares* o SS) a los componentes que aportan variabilidad a las observaciones ( $SS_T = SS_A + SS_S + SS_{A \times S}$ ). Hemos optado por simbolizar a estas sumas de cuadrados como SS (el acrónimo en inglés) en vez de SC (acrónimo de Sumas de Cuadrados en español, como se hizo en el capítulo 5) para que el estudiante se habitúe e identifique los términos SC y SS, ya que ambos son utilizados indistintamente en artículos, revistas, libros y *software* estadístico.

La hipótesis nula ( $H_0$ ) que ponemos a prueba afirma que no existen diferencias entre las medias de los diferentes tratamientos. La hipótesis alternativa ( $H_1$ ) afirma que, al menos para una comparación entre un par de tratamientos, esas diferencias son reales:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_a$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \dots \neq \mu_a$$

Formulación de hipótesis para nuestro ejemplo 6.2:

La hipótesis nula afirma que las medias de las condiciones congruente, incongruente y neutral son todas ellas iguales entre sí, es decir,  $H_0 : \mu_{Congruente} = \mu_{Incongruente} = \mu_{Neutral}$

Por su parte, la hipótesis alternativa afirma que, al menos existe un par de medias que difieren entre sí, lo cual significa que:

$$H_1 : \mu_{Congruente} \neq \mu_{Incongruente} \quad \acute{o}$$

$$\mu_{Congruente} \neq \mu_{Neutral} \quad \acute{o}$$

$$\mu_{Incongruente} \neq \mu_{Neutral}$$

Si se cumple una cualquiera de estas condiciones de  $H_1$  se rechaza  $H_0$ .

**Estadístico de contraste:** el estadístico de contraste para poner a prueba la hipótesis nula consiste en el cálculo de una razón F, es decir, de un cociente entre varianzas como se hizo en el capítulo 5. Los resultados parciales de este cálculo se muestran en la Tabla del ANOVA en donde aparecen todos los componentes de la división o descomposición de la varianza.

Los cálculos pertinentes exigen calcular primero lo que llamaremos las **razones básicas**, similares a las que se presentaron en el capítulo anterior aunque ahora muestran la particularidad del tipo de diseño. Estas razones son:

- [A] o el sumatorio de los  $A_i$  al cuadrado ( $\sum_{i=1}^a A_i^2$ ) dividido por el número total de

participantes (s). Por consiguiente, la razón [A] viene dada por  $\frac{\sum_{i=1}^a A_i^2}{s}$ . Observemos

en la Tabla 6.1 que los valores de  $A_i$  son los sumatorios de los TR para cada condición, es decir, los sumatorios de cada columna. Dividimos este sumatorio de valores al cuadrado por s debido a que cada  $A_i$  viene dado por la suma de s elementos, es decir, s sujetos (v.g.,  $A_1 = 3.655$  viene dado por la suma de 6 elementos, {0.545, 0.630, 0.610, 0.680, 0.590, 0.600}).

- [S] o el sumatorio de las  $S_j$  al cuadrado ( $\sum_{j=1}^J S_j^2$ ) dividido por el número de condiciones

$\frac{\sum_{j=1}^J S_j^2}{a}$  (que será igual al número de niveles del factor, el cual hemos simbolizado por

a). Observemos en la Tabla 6.1 que los valores de  $S_j$  son los sumatorios de los TR para cada fila, es decir, los sumatorios de las puntuaciones obtenidas por cada sujeto. Es por esto que el subíndice lo hemos simbolizado por "j" (de sujeto) para diferenciarlo del subíndice i que expresa el nivel del factor A. Dividimos este sumatorio por el número de niveles (a) debido a que, como antes, cada  $S_j$  viene dado por la suma de a elementos (v.g.,  $S_1 = 1.997$  viene dado por la suma de 3 elementos, {0.545, 0.832, 0.620}).

- [A × S] o el sumatorio de cada puntuación al cuadrado  $\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^J (AS_{ij})^2$ . Como cada puntuación puede referenciarse mediante un subíndice de condición (i) y de sujeto (j) este cálculo viene dado por el doble sumatorio que parte desde la primera condición (i=1) hasta la tercera condición (i = a=3) y desde el primer sujeto (s = 1) hasta el último sujeto (s =J= 6). Simbólicamente se representa mediante la expresión  $\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^J (AS_{ij})^2$ .

Obsérvese que, a diferencia de las anteriores razones, no se divide por ningún elemento ya que cada celda de la tabla ( $AS_{ij}$ ) consta de una única puntuación (no se contabiliza el número de ensayos que sirvieron para calcular cada TR medio de la Tabla 6.1).

- [T] o el total de los elementos de la tabla elevado al cuadrado  $(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^J AS_{ij})^2$  dividido por el producto entre el del número de sujetos (s) por el número de condiciones experimentales (a). Obsérvese que en este caso y a diferencia del cálculo de [AxS], primero se suman los elementos de la tabla (sin elevar al cuadrado) y es el total de este sumatorio el único elemento que se eleva al cuadrado. En definitiva, el valor [T]

viene dado por el cociente 
$$\frac{\left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^J AS\right)^2}{a \cdot s}$$

La aplicación de estos cálculos a los datos de la Tabla 6.1 se muestra en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2

Nomenclatura	Razones básicas				
	Abreviada	[A]	[S]	[A x S]	[T]
Sumatorio		$\sum_{i=1}^a A_i^2$	$\sum_{j=1}^J S_j^2$	$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^J (AS_{ij})^2$	$\frac{\left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^J (AS_{ij})\right)^2}{a \cdot s}$

$$[A] = \frac{(3.655^2 + 4.616^2 + 3.965^2)}{6} = 8.39795$$

$$[S] = \frac{(1.997^2 + 2.001^2 + 1.953^2 + 2.055^2 + 2.170^2 + 2.060^2)}{3} = 8.32725$$

$$[AS] = (0.545^2 + 0.832^2 + 0.620^2 + 0.630^2 + 0.736^2 + 0.635^2 + 0.610^2 + 0.663^2 + 0.680^2 + 0.680^2 + 0.715^2 + 0.660^2 + 0.590^2 + 0.880^2 + 0.700^2 + 0.600^2 + 0.790^2 + 0.700^2) = 0.297025 + 0.692224 + 0.3844 + 0.3969 + 0.541696 + 0.403225 + 0.3721 + 0.439569 + 0.4624 + 0.4624 + 0.511225 + 0.4356 + 0.3481 + 0.7744 + 0.49 + 0.36 + 0.6241 + 0.4489 = 8.44426$$

$$[T] = \frac{12.236^2}{3 \times 6} = 8.31776$$

Es importante darse cuenta que hemos calculado una razón básica para cada uno de los elementos que creemos están aportando variabilidad a los datos (más la variabilidad total). Es decir, si recordamos la fórmula  $SS_T = SS_A + SS_S + SS_{A \times S}$  vemos que hemos calculado una

razón básica para cada uno de los elementos. Además, es interesante observar que la expresión matemática de cada una de estas razones puede derivarse fácilmente observando que el numerador viene dado por el cuadrado de los elementos a que hace referencia. Así, la razón básica [A] viene dado por el cuadrado de los sumatorios de cada condición experimental ( $A_i$ ) y dividida por el número de elementos que han servido para calcular cada  $A_i$  (que viene dado por el número de sujetos); por su parte, la razón básica [S] viene dado por el cuadrado de los sumatorios de los sujetos ( $S_j$ ) dividida por el número de elementos que han servido para calcular cada  $S_j$  (que viene dado por el número de condiciones experimentales). Por su parte, la razón básica [AS] viene dada simplemente por el cuadrado de las puntuaciones directas y se divide por 1 ya que cada puntuación directa sólo integra un elemento (aunque, obviamente, dividir por 1 deja el cociente inalterado, hemos querido dejar constancia de este hecho para mostrar que el patrón para construir cada razón básica es, en último término, el mismo); por último, la razón básica [T] viene dada por el cuadrado del sumatorio del total y dividida por el número de elementos que han servido para su cálculo. Este número de elementos viene dado por el producto entre el número de condiciones ( $a$ ) y el número de participantes ( $s$ ), es decir, cada uno de los elementos de la parte central en la Tabla 6.1.

Como todo ANOVA, nuestro objetivo es determinar la relación (en forma de cociente) entre la variabilidad aportada por el factor manipulado (A) y la variabilidad de error. Sin embargo, las razones básicas no son todavía ni las Sumas de Cuadrados (SS o SC) ni las **Medias Cuadráticas** (MC o *Mean Squares* –MS-) necesarias para calcular la varianza aportada por cada componente (A, S o  $A \times S$ ) pero sí son una forma sencilla e intuitiva de disponer de todos los cálculos necesarios para el cálculo de las SS y las MS que vienen a continuación. Una vez que disponemos de estas razones básicas, procedemos a calcular los numeradores de cada una de las fuentes de variación (es decir, las SS). Como ya indicamos, las fuentes que creemos están aportando variabilidad en este análisis (**Fuentes de Varianza** o FV) son las proporcionadas por el factor manipulado (A), los sujetos (S) y la interacción entre el factor y los sujetos ( $A \times S$ ), todo ello en una disposición aditiva (es decir, se suman). Esto último significa que estamos imponiendo una estructura a nuestros datos: creemos que el mecanismo que genera los datos que hemos medido (la variable dependiente) está compuesto por tres componentes (factor A, sujetos e interacción entre ambos) más, obviamente, un componente de error responsable de que los datos no se ajusten totalmente al modelo (el componente de error no ha sido representado en las fórmulas anteriores).



En la Tabla 6.3 aparecen los cálculos necesarios para el cómputo de cada fuente de variación (FV) de nuestro ejemplo 6.1 aplicando las razones básicas (recuérdese que A es el símbolo que utilizamos para representar la variación proporcionada por nuestra manipulación experimental "condición de Stroop", S representa la variación debida a las diferencias entre los sujetos y (A × S) representa la variación debida a la interacción entre la condición experimental y los sujetos). Los resultados de estos cálculos se conocen como Sumas de Cuadrados (SC) o SS (Sums of Squares) de cada componente. Así, las SS de la condición de Stroop (A) vale 0.08019, las SS de los sujetos (S) vale 0.00949 y, por último, las SS de la interacción entre las condiciones y los sujetos, (A × S), vale 0.10848.

Tabla 6.3

Fuente de variación	Fórmula genérica	Sumas de Cuadrados (SS o SC)
A	[A] - [T]	8.39795 - 8.31776 = 0.08019
S	[S] - [T]	8.32725 - 8.31776 = 0.00949
(A × S)	[AS] - [A] - [S] + [T]	8.44426 - 8.39795 - 8.32725 + 8.31776 = 0.03682
Total	[AS] - [T]	8.44426 - 8.31776 = 0.1265

En la tabla 6.3, observamos que la fórmula genérica para calcular los SS de cada fuente de variación es, exceptuando la interacción: resta de cada razón básica ([A], [S] y [AS]) la razón básica total [T]. En el caso de la interacción, lo que se resta son las razones de los factores principales (A y S) y se suma la razón básica total [T].

Los resultados de la Tabla 6.3 son Sumas de Cuadrados, es decir, los numeradores de varianzas. Recordemos que la fórmula para la varianza muestral viene dada por la ecuación 6.1:

$$S^2 = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n} = \frac{SS}{g.l.} \quad \text{Ecuación 6.1}$$

En la Ecuación 6.1, el cociente  $\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n}$  representa la forma usual de calcular una

varianza muestral: la media de un sumatorio de valores diferenciales elevados al cuadrado.

Dicho en otros términos, Sumas de Cuadrados divididas por el número de términos del

sumatorio ( $n$ ). La segunda parte de la Ecuación 6.1 ( $\frac{SS}{g.l.}$ ) es idéntica a la primera

( $\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n}$ ) pero re-escribiendo los términos como Sumas de Cuadrados (SS) en el

numerador y como grados de libertad (g.l.) en el denominador. En estadística inferencial, el término g.l. no suele ser idéntico al número de componentes ( $n$ ) del sumatorio (el número de elementos que se suman en la expresión  $\sum (Y_i - \bar{Y})^2$ ) porque en estadística inferencial solo se toma en consideración el número de componentes de ese sumatorio que proporcionan información independiente. En otras palabras, el número de datos diferentes.

Para finalizar de calcular las varianzas necesarias para computar nuestro estadístico F necesitamos conocer, por tanto, los denominadores de las mismas, es decir, sus grados de libertad (g.l.). Una forma sencilla de conocer los grados de libertad consiste en utilizar las fórmulas genéricas que aparecen en la Tabla 6.3 (segunda columna) y traducir los términos de razones básicas de cada fuente de variación a su referente en minúscula. Así por ejemplo, si tenemos [A] lo traducimos como  $a$ , si tenemos [S] lo traducimos a  $s$ , si disponemos de [AS] lo traducimos a  $a \times s$  (en este caso se refiere a un valor numérico, no al diseño, y es el producto del número de niveles por el número de sujetos) y, por último, la razón [T] la traducimos a la unidad. De esta forma, disponemos de una regla sencilla para conocer los grados de libertad en cualquier diseño factorial. Quizás esta simplicidad no se pueda apreciar en diseños tan simples como el que estamos viendo actualmente pero se hará patente cuando los diseños incrementen su complejidad.

En nuestro caso, la Tabla 6.4 muestra el cálculo de los grados de libertad para las tres fuentes de variación del diseño ( $A \times S$ ) para las condiciones de nuestro ejemplo ( $a = 3$  niveles del factor,  $s = 6$  participantes).

Tabla 6.4

Fuente de variación	Fórmula genérica	Traducción a grados de libertad	Cálculo de los g.l. para los datos de la Tabla 6.1
A	$[A] - [T]$	$a - 1$	$3 - 1 = 2$
S	$[S] - [T]$	$s - 1$	$6 - 1 = 5$
(A × S)	$[AS] - [A] - [S] + [T]$	$(a \times s) - a - s + 1$	$(3 \times 6) - 3 - 6 + 1 = 10$
Total	$[AS] - [T]$	$(a \times s) - 1$	$(3 \times 6) - 1 = 17$

Estos cálculos nos permiten, por último, construir la Tabla del ANOVA (véase la Tabla 6.5) ya que ahora disponemos de las Sumas de Cuadrados para cada fuente de variación así como sus grados de libertad. El cociente entre las SS y sus grados de libertad para cada fuente de variación nos permite calcular la varianza que aporta cada fuente al total de variabilidad observado en los datos. Este cociente se denomina Medias Cuadráticas (MC o MS que es la forma técnica de denominar a las varianzas en la terminología propia del ANOVA).

Tabla 6.5

Fuente de variación	Sumas de Cuadrados	g.l.	Medias Cuadráticas	Razón F
A	$SS_A = 0.08019$	2	$MS_A = \frac{0.08019}{2} = 0.040095$	$\frac{0.040095}{0.003682} = 10.8895$
S	$SS_S = 0.00949$	5	$MS_S = \frac{0.00949}{5} = 0.001898$	
(A × S)	$SS_{(A \times S)} = 0.03682$	10	$MS_{(S \times A)} = \frac{0.03682}{10} = 0.003682$	
Total	$SS_T = 0.1265$	17	$MS_T = \frac{0.1265}{17} = 0.00744118$	

ANOVA final para los datos del ejemplo 6.1

Aunque ya hemos dejado indicado en la Tabla 5.6 el último paso del proceso, esto es, el cálculo de la razón F, no hemos explicado por qué hemos utilizado como componente de varianza de error la media cuadrática correspondiente a la interacción ( $A \times S$ ). Como sabemos, todo ANOVA finaliza con el cálculo de una razón F para cada una de las fuentes de variación o para cada factor y/o combinación de factores (interacción). Esta razón F nos indica si ese factor aporta variabilidad significativa o no en función de que supere (o no) el valor crítico de la F para los grados de libertad oportunos. Para el cálculo de F es necesario disponer de la varianza (MS) de esa fuente y de la MS correspondiente a la fuente de error (que engloba todas aquellas variables que no hemos manipulado en nuestro experimento pero que sí le han afectado). En los diseños intra-sujetos la fuente de error se considera que es la producida por la interacción entre el factor y el sujeto ( $A \times S$ ) debido a que refleja la inconsistencia con la que los sujetos se comportan bajo los diferentes tratamientos, inconsistencia que si todos los sujetos se comportaran igual con respecto a la variable independiente, no existiría. Si no hubiese inconsistencia indicaría que todos los sujetos mostrarían el efecto del factor en la misma medida o con el mismo patrón, que es precisamente uno de los supuestos de este análisis. Es por ello que se utiliza  $MC_{S \times A}$  como término de error en el cálculo de F. También resulta obvio que si  $MC_{S \times A}$  fuese exactamente cero, no podríamos calcular la razón F del factor manipulado o de los sujetos ya que esto implicaría dividir  $MS_A$  (o  $MC_S$  si quisiéramos evaluar la significatividad del factor "Sujetos") por 0, operación prohibida en matemáticas, como muy bien sabe el lector. Afortunadamente, en la práctica no se encontrará esta situación ya que siempre existirá varianza debida a la interacción entre los sujetos y el factor, aunque sea pequeña.

Obsérvese también en la Tabla 6.5 que no hemos calculado la razón F para el factor "S" o Sujetos. Esto es debido a que si hemos realizado un experimento manipulando el factor "condición de Stroop", resulta que es este factor en el que estamos interesados. No nos interesa si los sujetos aportan más o menos variabilidad. Esta información puede interesarle, en todo caso, al psicólogo diferencial ya que él estudia el porqué los sujetos difieren entre sí cuando son sometidos a la misma condición experimental pero no al psicólogo que busca leyes generales.

Utilizando  $MS_{(A \times S)}$  como fuente de error (por ello, a partir de ahora, se denotará también como  $MC_e$ ), podemos calcular la razón F para el factor manipulado A, dividiendo la variabilidad que aporta el factor A por la variabilidad del error. En nuestro caso resulta haber

logrado una F de:

$$F_{muestral} = \frac{MC_A}{MC_{(S \times A)}} = \frac{0.040095}{0.003682} = 10.8895$$

Esto significa que la varianza aportada por el factor A es 10.9 veces (aproximadamente) la que aporta el error. ¿Es este dato compatible con la posibilidad de que ambos componentes ( $MS_A$  y  $MS_{(S \times A)}$ ) no difieran estadísticamente, es decir, que 0.04 sea mayor que 0.003 por azar?

**Regla de decisión:** para tomar una decisión sobre la significatividad del factor manipulado (condición de Stroop) debemos comparar la F obtenida (F muestral) con la F crítica que obtenemos de las Tablas de la razón F conociendo  $\alpha$  (probabilidad de error tipo I que estamos dispuestos a cometer) así como los grados de libertad del numerador y del denominador de la F muestral. Si la F empírica del factor A (la que obtenemos siguiendo todos los pasos mencionados hasta ahora) es igual o superior a la F crítica entonces rechazamos  $H_0$ , lo cual significa que hay, al menos, dos medias que difieren entre sí en nuestros datos. En caso contrario (la F empírica es inferior a la F crítica) significa que no podemos rechazar la hipótesis de que, en la población, las medias de los distintos niveles del factor sean idénticas. El valor de la F crítica nos separa los valores posibles de F en dos segmentos excluyentes: a la izquierda el que define la región de aceptación de  $H_0$  y a la derecha, la región de rechazo de  $H_0$ , tal y como puede verse en la Figura 6.1 que presenta el caso genérico (véase explicación a pie de figura).

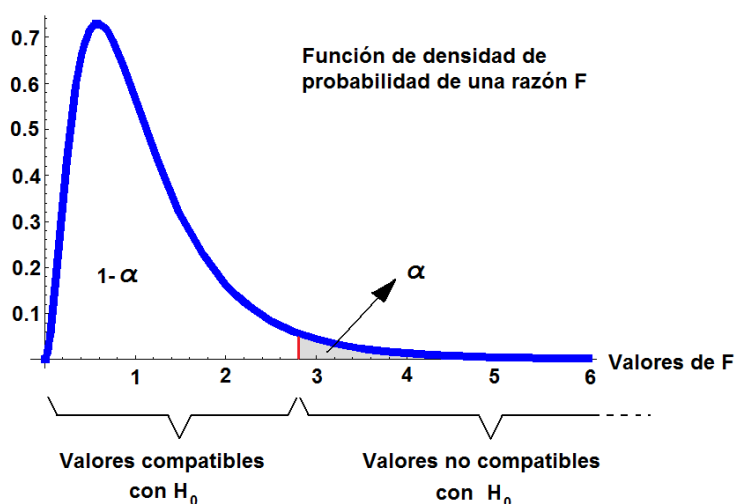


Figura 6.1: Distribución de densidad de probabilidad para una F genérica. Para poder dibujar la gráfica se ha utilizado una F con 6 y 15 grados de libertad (no se puede dibujar la gráfica de una Función de Densidad de Probabilidad, o FDP, si no se concretan sus parámetros). En estas condiciones y con un  $\alpha$  de 0.05, la F crítica vale

2.8. Este valor viene reflejado por la línea vertical que divide la función de densidad de probabilidad en dos partes, aquellos valores de  $F$  inferiores a 2.8 y que, siendo  $H_0$  cierta, tienen una probabilidad de producirse superior a  $\alpha$  y, por otra parte, aquellos valores de  $F$  superiores a 2.8 y que, siendo  $H_0$  cierta, tienen una probabilidad de producirse inferior a  $\alpha$ . En este último caso, sospechamos que  $H_0$  es falsa y la rechazamos.

En nuestro ejemplo, el numerador del cociente de la  $F$  empírica tiene 2 grados de libertad (los grados de libertad de  $SS_A$ ) y el denominador tiene 10 grados de libertad (los grados de libertad de  $SS_{(A \times S)}$ ). Si buscamos en las tablas de la Razón  $F$  el valor crítico de  $F$  con 2 y 10 grados de libertad obtenemos un valor de 4.103 para un  $\alpha$  de 0.05 (es decir, para un nivel de confianza del 0.95), tal y como puede verse en la Figura 6.2.

$$P(F_{n_1, n_2} \leq f_{n_1, n_2}) = 0,95$$

	1	2	3	4	5
1	161,448	199,500	215,707	224,583	230,1
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,2
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,0
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,2
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,0
6	5,987	5,43	4,757	4,534	4,3
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,9
8	5,318	4,589	4,066	3,838	3,6
9	5,117	4,456	3,863	3,633	3,4
10	4,966	4,103	3,708	3,478	3,3
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,2
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,1

Figura 6.2: búsqueda en la Tabla de la  $F$  para los datos del ejemplo 6.1 (Anova de la Tabla 6.5)

Luego, como el valor de  $F$  obtenido para el factor  $A$  (aproximando  $F = 10.89$ ) es mayor que el valor crítico (4.10) a un nivel  $\alpha$  de 0.05, debemos rechazar la hipótesis nula de que no existen diferencias entre las medias de las tres condiciones de Stroop (congruente, incongruente y neutral). Este resultado se informaría en un artículo mediante unos pocos valores que resumen el resultado. En concreto, el informe resumido de estos datos se realizaría de la siguiente forma:

$$F(2, 10) = 10.89, \text{MSe} = 0.003682, p < 0.05^{ii}$$

Cuando el efecto no ha sido significativo no se informa de estos datos y simplemente indicaríamos que el efecto del factor principal "condición de Stroop" no ha resultado significativo e introducimos el nivel  $\alpha$  al que resultó no significativo ( $p > 0.05$ ). Todos los datos anteriores (los grados de libertad, la  $F$ , la  $MS_e$  y el valor de  $p$ -crítica) solo serían de utilidad para la comunidad científica si el factor hubiese resultado significativo.

### 6.3.2.- Perspectiva clásica en el análisis de datos

En textos más clásicos se suelen calcular las sumas de cuadrados para el factor, los sujetos y la interacción entre ambos ( $SS_A$ ,  $SS_S$  y  $SS_{A \times S}$ ) mediante las siguientes fórmulas:

$$SS_A = s \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{..})^2$$

$$SS_S = a \sum_{j=1}^J (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$SS_{A \times S} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^J [(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}) - (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}) - (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{..})]^2$$

Aunque no estamos siguiendo esta nomenclatura, creemos conveniente explicarla, aunque sea brevemente, debido a que ilustra el significado de las SS así como el proceso de descomposición de la variabilidad total en componentes. Lo haremos retomando el Ejemplo 6.2 (Tabla 6.1). Allí vimos que los sujetos sometidos a tres condiciones experimentales mostraban diferentes puntuaciones en TR para cada condición. Comenzando con el efecto del factor A o condición de Stroop ¿qué podríamos esperar si no hubiera variabilidad entre los sujetos, es decir, que todos se comportaran igual? En este caso podríamos considerar que todos *deberían* mostrar la misma puntuación y parece razonable esperar que esta sería igual a la media de cada condición (0.609 para la condición congruente, 0.769 para la condición incongruente y 0.660 para la condición neutral) tal y como puede verse en la Tabla 6.6. En este caso, toda la variabilidad que aparece en estos datos se debería única y exclusivamente al factor A manipulado ya que los sujetos no muestran diferencias entre sí (todos los sujetos se comportan igual).

Tabla 6.6

Niveles del factor "Condición de Stroop" (A)

Participantes	Condición	Condición	Condición
	Congruente	Incongruente	Neutral
	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>
Participante 1	0.609	0.769	0.660
Participante 2	0.609	0.769	0.660
Participante 3	0.609	0.769	0.660
Participante 4	0.609	0.769	0.660
Participante 5	0.609	0.769	0.660
Participante 6	0.609	0.769	0.660

Si calculamos la variabilidad en estos datos hipotéticos podemos observar que toda la variabilidad se debe única y exclusivamente al factor manipulado (sólo existen tres valores numéricos diferentes) aunque dentro de cada condición siguen existiendo seis datos (uno para cada sujeto). Es decir, si pretendemos calcular las sumas de cuadrados de la Tabla 6.1 (a) tendremos que calcular  $(Y - \bar{Y})^2$  para todos los datos de la tabla anterior.

$$\begin{aligned} & [(0.609 - 0.679)^2] + [(0.609 - 0.679)^2] + [(0.609 - 0.679)^2] + \\ & [(0.609 - 0.679)^2] + [(0.609 - 0.679)^2] + [(0.609 - 0.679)^2] + \\ & [(0.769 - 0.679)^2] + [(0.769 - 0.679)^2] + [(0.769 - 0.679)^2] + \\ & [(0.769 - 0.679)^2] + [(0.769 - 0.679)^2] + [(0.769 - 0.679)^2] + \\ & [(0.660 - 0.679)^2] + [(0.660 - 0.679)^2] + [(0.660 - 0.679)^2] + \\ & [(0.660 - 0.679)^2] + [(0.660 - 0.679)^2] + [(0.660 - 0.679)^2] \end{aligned}$$

Ahora bien, como hay tres pares de conjuntos que se repiten (seis valores iguales a 0.609, otros seis iguales a 0.769 y otros seis iguales a 0.660) podemos simplificar la expresión simbólica de esta suma de cuadrados como:

$$6 \cdot [(0.609 - 0.679)^2] + 6[(0.769 - 0.679)^2] + 6[(0.660 - 0.679)^2]$$

siendo 0.679 la media global, es decir, 12.236 / 18. Como el factor numérico "6" en la ecuación anterior (es decir, el número de sujetos) se repite, podemos sacarlo como factor común:

$$6 \cdot [(0.609 - 0.679)^2 + (0.769 - 0.679)^2 + (0.660 - 0.679)^2]$$

Esta expresión es el número de sujetos (s=J=6) multiplicado por la suma de tres componentes (un componente para cada nivel del factor A). Cada componente es una puntuación diferencial (una resta) al cuadrado. Y cada puntuación diferencial representa la



sustracción de la media de cada nivel ( $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$ ) con respecto a la media global aplicado todo ello a una matriz de datos en donde solo existe variabilidad entre las condiciones. Expresado de forma genérica resulta:

$$SS_A = s \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

siendo  $s$  el número de sujetos,  $\bar{Y}_{i.}$  la media de cada nivel del factor,  $\bar{Y}_{..}$  la media global y recorriendo el sumatorio todos los niveles del factor (en nuestro caso 3 ya que  $a=3$ ).  
 Recuérdese que cuando en vez de un subíndice numérico o alfanumérico aparece un punto significa que se está agrupando todos los elementos de ese subíndice. Así, si decimos  $\bar{Y}_{i.}$  estamos simbolizando la media (por eso la Y tiene la barra horizontal superior) para el nivel  $i$  del factor (que puede ser 1, 2 o 3 en nuestro caso), calculándola para todos los sujetos ya que el segundo subíndice, que señala los sujetos, tiene un punto. De la misma forma  $\bar{Y}_{.j}$  representaría la media para todos los niveles en el sujeto  $j$  (que puede ser, en nuestro caso, 1, 2, 3, 4, 5 o 6). Por último, si indicamos  $\bar{Y}_{..}$  estamos simbolizando la media para todos los niveles del factor (el primer subíndice, que representa los niveles, tiene un punto y por tanto significa "para todos los niveles") y para todos los sujetos ya que el segundo subíndice también tiene un punto (y significa "para todos los sujetos"). Es decir, este último caso, sería la media global de Y.

Por último, la media cuadrática de A se calcula dividiendo este valor por los grados de libertad. En la Figura 6.3, donde se representan los datos de la Tabla 6.6 mediante un diagrama de puntos, puede verse claramente que tenemos 2 grados de libertad si consideramos que tenemos 3 valores diferentes y que hemos impuesto una restricción: hemos estimado la media poblacional mediante la media muestral. Luego tenemos tres datos (las tres medias, cada una correspondiente a un nivel del factor) y una restricción. El número de grados de libertad será  $3-1 = 2$ .

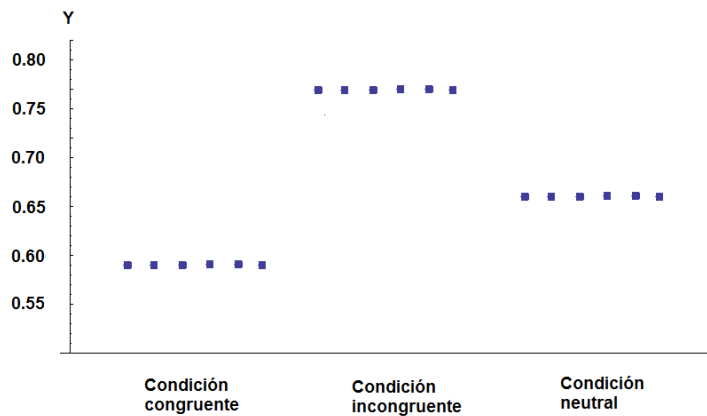


Figura 6.3

Este mismo razonamiento se aplica considerando ahora que sucedería si el factor no tiene ningún efecto y solamente lo tienen los sujetos (S). En este caso, podemos considerar que todos los sujetos deberían mostrar una única puntuación: su propia media global. En este caso, calcularíamos las SS de los datos de la tabla 6.7 que puede verse a continuación. Como ahora asumimos que el factor no tiene ningún efecto, cada sujeto tiene la misma puntuación en todos los niveles del factor A (sólo existen diferencias entre los sujetos). Y como puntuación más representativa de cada sujeto utilizamos la media de cada uno (v.g., el primer sujeto tiene como media  $1.997/3 = 0.666$  ya que el sumatorio 1.997 se realizó en la tabla 6.1 considerando tres datos; esto mismo se ha repetido para cada sujeto en la Tabla 6.7).

Tabla 6.7

Participantes	Niveles del factor "Condición de Stroop" (A)		
	Condición	Condición	Condición
	Congruente	Incongruente	Neutral
	$a_1$	$a_2$	$a_3$
Participante 1	0.666	0.666	0.666
Participante 2	0.667	0.667	0.667
Participante 3	0.651	0.651	0.651
Participante 4	0.685	0.685	0.685
Participante 5	0.723	0.723	0.723
Participante 6	0.686	0.686	0.686

Estos resultados pueden verse más claramente en la Figura 6.4. Observamos que ahora no pueden verse diferencias entre las condiciones

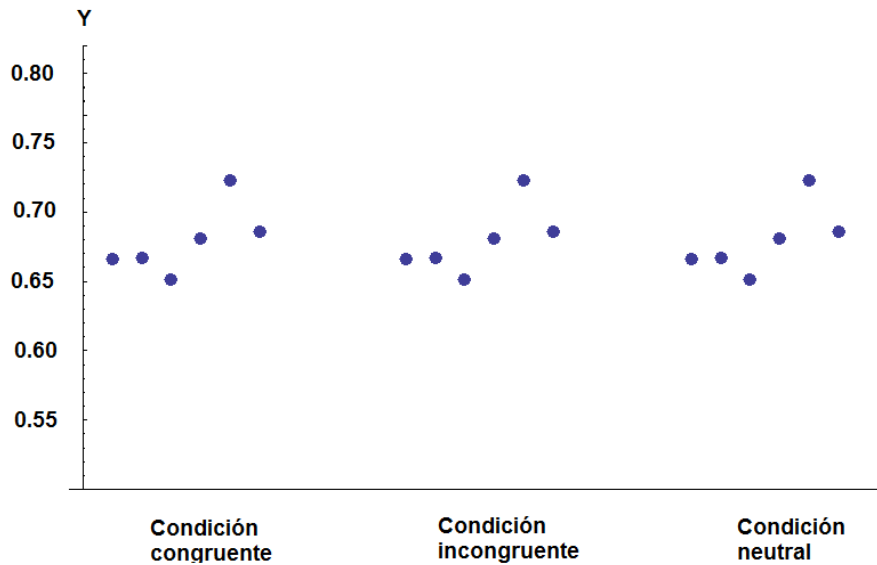


Figura 6.4

Las sumas de cuadrados de la Tabla 6.7 se pueden calcular como la diferencia (al cuadrado) entre la media de cada sujeto y la media global para todas las puntuaciones. Pero como en cada fila se repiten tres puntuaciones (tantas como niveles haya del factor) podemos resumir esto y decir que cada puntuación diferencial se ve multiplicada por el número de niveles (a), es decir:

$$3 \cdot [(0.666 - 0.679)^2] + 3 \cdot [(0.667 - 0.679)^2] + 3 \cdot [(0.651 - 0.679)^2] + 3 \cdot [(0.681 - 0.679)^2] + 3 \cdot [(0.723 - 0.679)^2] + 3 \cdot [(0.686 - 0.679)^2]$$

Y como el factor de multiplicación (a=3) se repite en cada sumando, podemos sacarlo como factor común resultando:

$$3 [(0.666 - 0.679)^2 + (0.667 - 0.679)^2 + (0.651 - 0.679)^2 + (0.685 - 0.679)^2 + (0.723 - 0.679)^2 + (0.686 - 0.679)^2]$$

En otros términos, las SS de la Tabla 6.7 es igual al número de niveles del factor (a) multiplicado por la suma de las puntuaciones diferenciales al cuadrado. Las puntuaciones

diferenciales, en este caso, reflejan la diferencia entre la media de cada sujeto y la media global. En términos simbólicos y siendo  $a$  el número de niveles del factor,  $\bar{Y}_{.j}$  la media para cada sujeto,  $\bar{Y}_{..}$  la media global y recorriendo el sumatorio todos los sujetos (es decir, desde  $j = 1$  hasta  $n$ ),

$$SS_S = a \sum_{j=1}^n (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2$$

El componente  $SS_{A \times S}$  es un poco más complicado de explicar pero, siguiendo el razonamiento anterior, también consiste en sumas de cuadrados y, por tanto, en diferencias al cuadrado entre dos puntuaciones. La primera puntuación de cada suma de cuadrados es la puntuación directa de cada sujeto en cada condición (por tanto, no es una media) y la segunda es la media global. No obstante, en este caso como ya hemos dado razón numérica o “explicado” las sumas de cuadrados debidas al factor A y a los sujetos S en los cálculos anteriores (ya hemos tenido en cuenta  $SS_A$  y  $SS_S$ ), no deseamos volver a introducir las en el componente  $SS_{A \times S}$ . La forma de eliminar de  $SS_{A \times S}$  los componentes  $SS_A$  y  $SS_S$  es restando el componente de variabilidad de A y de S, esto es, a la puntuación diferencia  $(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})$  le restamos los componentes anteriores  $(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})$  y  $(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})$  desarrollados previamente. Si desarrollamos esta expresión llegamos a la expresión simplificada:

$$\begin{aligned} (Y_{ij} - \bar{Y}_{..}) - (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}) - (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) &= \\ Y_{ij} - \bar{Y}_{..} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..} - \bar{Y}_{i.} + \bar{Y}_{..} &= \\ Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..} \end{aligned}$$

Obsérvese que esta es una expresión equivalente a la que nos aparece en la traducción a los grados de libertad de la Tabla 6.4:  $[AS]-[A]-[S]+[T]$  ya que AS representa las puntuaciones individuales de cada sujeto en cada factor, A representa las puntuaciones de cada nivel del factor, S representa las puntuaciones de cada sujeto y T el total. Si realizamos este cálculo elevando al cuadrado para cada sujeto y para cada nivel, llegamos a la expresión final de  $SS_{A \times S}$ :

$$SS_{A \times S} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^J [Y_{ij} - \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{i.} + \bar{Y}_{..}]^2$$

Si realizamos estos cálculos para los datos de la Tabla 6.1, nos encontraríamos con los valores:

$$\begin{aligned}
 & \left(0.545 - \frac{1.997}{3} - \frac{3.655}{6} + \frac{12.236}{18}\right) + \\
 & \left(0.832 - \frac{1.997}{3} - \frac{4.616}{6} + \frac{12.236}{18}\right) + \\
 & \left(0.620 - \frac{1.997}{3} - \frac{3.965}{6} + \frac{12.236}{18}\right) \\
 & \quad + \dots + \\
 & \left(0.790 - \frac{2.060}{3} - \frac{4.616}{6} + \frac{12.236}{18}\right) + \\
 & \left(0.670 - \frac{2.060}{3} - \frac{3.965}{6} + \frac{12.236}{18}\right)
 \end{aligned}$$

La representación gráfica de los mismos puede verse en la Figura 6.5.

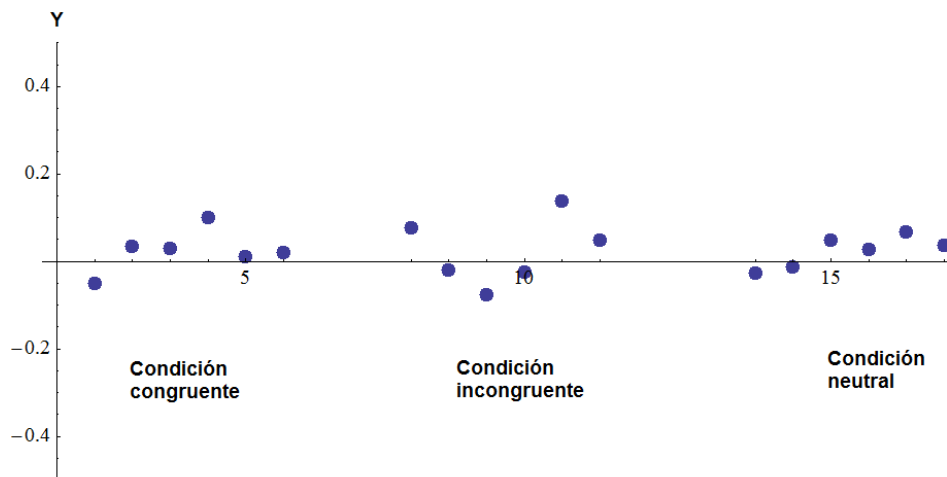


Figura 6.5

Podemos ver que después de haber eliminado las SS debidas al factor A y a los sujetos, la variabilidad que resta es pequeña y no parece haber ningún patrón debido a la condición o al sujeto.

De esta forma hemos dividido la variabilidad total (expresadas en términos de las SS) en tres componentes independientes. Aunque a partir de ahora utilizaremos el esquema de las razones básicas para los cálculos por las razones que indicamos previamente, este inciso debe servir para justificar los cálculos y aclarar los conceptos.

### 6.3.2.- Análisis de datos considerando el contrabalanceo

Ya planteábamos al principio de este capítulo que la información sobre el

contrabalanceo nos permitiría realizar un análisis más sensible de nuestros datos. Y esto es así porque en el diseño intra-sujetos de un único factor es absolutamente necesario contrabalancear las condiciones experimentales para evitar, entre otros, efectos de aprendizaje, fatiga, etc. No obstante, aunque hayamos contrabalanceado el experimento, esto no elimina los efectos que el aprendizaje o fatiga puedan tener. Simplemente los reparte equitativamente entre las distintas condiciones de tal forma que afecten por igual a todos los niveles del factor. El punto esencial en este apartado consiste en que si disponemos de alguna forma de medir la variabilidad aportada por estos efectos propios de los diseños intra-sujeto (aprendizaje, fatiga, etc.), entonces también podremos eliminarlos de la variabilidad de error que se utiliza en la evaluación de la significatividad del factor experimental que estamos manipulando, haciendo el análisis más sensible debido a que disminuirá el denominador de la razón F dejando inalterado su numerador. En consecuencia, es más probable que la F del factor alcance la significatividad.

Por consiguiente, el aspecto crucial en este apartado consistirá en identificar un procedimiento para eliminar la variabilidad aportada por la posición de los niveles del factor en el contrabalanceo de cada sujeto. La varianza de error calculada anteriormente ( $MS_e$ ) engloba la variabilidad aportada por todos aquellos factores que no hemos podido controlar en nuestro experimento (*v.g.*, momento del día en que se realiza el experimento, temperatura del laboratorio, distracciones momentáneas, aprendizaje en la tarea, fatiga, etc.). Si conseguimos separar de esta variabilidad de error algunos de estos factores extraños, conseguiremos una estimación más precisa (y disminuida) de la varianza de error. Uno de los factores que han podido aportar variabilidad a los datos y del que sí poseemos información es la posición en la que se han presentado las condiciones experimentales a cada sujeto (resultado del contrabalanceo). Si estimamos esta variabilidad, podremos eliminarla de la varianza de error. Y esto es lo que vamos a hacer.

Ya vimos previamente que, en el diseño y realización del experimento para evaluar el efecto Stroop, los niveles del factor "condición de Stroop" se contrabalancearon de tal forma que los participantes 1 y 4 pasaron primero por la condición congruente, luego por la incongruente y, por último, por la neutral (podemos denominar el orden de presentación como CIN por las iniciales de los niveles **C**ongruente, **I**ncongruente y **N**eutral). Los participantes 2 y 5 recibieron primero la condición incongruente, luego la neutral y, por último, la congruente (orden de presentación INC). Por último, los participantes 3 y 6 recibieron primero la condición neutral, luego la congruente y luego la incongruente (orden

de presentación NCI). Si lo disponemos como puede verse en la Tabla 6.8 observamos que todas las condiciones han sido presentadas igualmente en primera, segunda o tercera posición. Si existe algún efecto del orden de presentación de las diferentes condiciones, con esta estrategia habremos conseguido repartir ese efecto (de orden) igualmente por todas las condiciones.

**Tabla 6.8**

	<b>Primera</b>	<b>Segunda</b>	<b>Tercera</b>
<b>Participante 1</b>	Congruente	Incongruente	Neutral
<b>Participante 2</b>	Incongruente	Neutral	Congruente
<b>Participante 3</b>	Neutral	Congruente	Incongruente
<b>Participante 4</b>	Congruente	Incongruente	Neutral
<b>Participante 5</b>	Incongruente	Neutral	Congruente
<b>Participante 6</b>	Neutral	Congruente	Incongruente

En la Tabla 6.1 se observó que para calcular los sumatorios se reordenaron los TR de tal forma que se pudiesen calcular las medias de los TR congruentes, incongruentes y neutrales independientemente del orden en que se presentaron (Tabla 6.1). Esto permitió evaluar el efecto de la condición experimental asumiendo que el contrabalanceó dispersó todos los efectos que pudiese tener el orden sobre los resultados. Pero este efecto del orden no se evaluó. Lo que se va a hacer ahora es estimar la magnitud de este efecto y eliminarlo de la varianza de error. De esta forma esperamos que el denominador de la razón F ( $MS_e$ ) disminuya, incrementando por tanto F. Esto hará que sea posible rechazar  $H_0$  más fácilmente y declarar significativo al factor (siempre y cuando el orden de presentación de las condiciones experimentales haya aportado variabilidad al error). Esta es, en definitiva, la razón por la que el experimentador ha realizado este experimento: su teoría, su experiencia o su intuición (preferiblemente la primera) le plantean que la variable independiente es significativa, tiene un efecto sobre la variable dependiente. En otro caso, difícilmente se habría planteado realizar este experimento. Aunque la realización de un experimento sin

esperar efectos significativos no es frecuente, no es, sin embargo, imposible ya que ciertas teorías pueden proponer como aspectos cruciales en la verificación de las mismas que ciertas variables no tienen un efecto; recuérdese en este sentido, el experimento de Michelson-Morley y su relación con la Teoría de la Relatividad en Física. Los investigadores (Michelson y Morley) trataban de evaluar el efecto que sobre la velocidad de la luz tenía el movimiento de la tierra en relación al un supuesto éter en el que toda materia se encontraba inmersa. Para su sorpresa, encontraron que no tenía ningún efecto por lo que tuvieron que aceptar, a regañadientes, la hipótesis nula. Sin embargo para la Teoría de la Relatividad, esta "falta de efecto" era un supuesto de la que partía como inicio de sus razonamientos

Para lograr el objetivo que nos planteamos en esta sección necesitaremos re-ordenar la matriz de datos directos (Tabla 6.1) de tal forma que tengamos en consideración no la condición experimental (el factor A) sino el orden de presentación de la condición (presentado en posición primera, segunda y tercera). Hemos realizado esta re-ordenación en la Tabla 6.9.

Orden de las condiciones	Participante	Orden temporal en que se presentaron las condiciones		
		Primero	Segundo	Tercero
{Congruente, incongruente, neutral} CIN	Participante 1	0.545	0.832	0.620
	Participante 4	0.680	0.715	0.660
{Incongruente, neutral, congruente} INC	Participante 2	0.736	0.635	0.630
	Participante 5	0.880	0.700	0.590
{Neutral, congruente, incongruente} NCI	Participante 3	0.680	0.610	0.663
	Participante 6	0.670	0.600	0.790
Suma		$O_1 = 4.191$	$O_2 = 4.092$	$O_3 = 3.953$



Esta tabla nos permitirá calcular una razón básica adicional a las que ya hemos calculado y a la que llamaremos [O], necesaria para calcular la variabilidad asociada a la posición del tratamiento separadamente del tipo de tratamiento. Esta razón se calcula de forma similar a como se calculó [A] pero considerando la disposición de los datos de la Tabla 6.9:

$$[O] = \frac{\sum o_k^2}{s} = \frac{(4.191^2 + 4.092^2 + 3.953^2)}{6} = 8.32253$$

Se puede observar que esta razón viene dada como el sumatorio de los cuadrados de las columnas de datos clasificadas por el orden de presentación (no por el nivel del factor) divididas por el número de valores que se suman en cada  $O_k$  (que es igual al número de sujetos). En este caso, el subíndice  $k$  hace referencia al número de ordenes diferentes que ha utilizado el experimento (en este caso,  $k = 3$ ; el que coincide con el número de niveles del factor A es simple coincidencia).

Siguiendo los criterios para el cálculo de las SC revisados previamente, la Suma de Cuadrados que aporta la posición (el orden) del tratamiento viene dada por la diferencia entre [O] y [T], es decir:

$$SS_o = [O] - [T] = 8.32253 - 8.31776 = 0.00477$$

Como hemos indicado anteriormente, podemos considerar que el término de error que hemos calculado en el apartado 6.3.1 ( $SS_{A \times S}$ ) está compuesto por este valor de  $SS_o$  más otro término de error desconocido y, por tanto, no reducible (por cuya razón, tiene sentido denominarle  $SS_{residual}$ ). Al decir "reducible" recuérdese que lo que estamos haciendo en este apartado es "reducir" (eliminar) el efecto del orden de presentación de la condición estimular de la variabilidad  $A \times S$  para hacer más sensible el análisis del experimento. Del resto de variables que pueden estar afectando los datos pero de las que no tengo información nada puedo hacer (no las puedo reducir).

Es decir, podemos considerar que  $SS_{A \times S}$  está compuesto de manera aditiva por otros dos SS, una debida a la posición del contrabalanceo y otra irreducible:

$$SS_{A \times S} = SS_o + SS_{residual} \quad \text{Ecuación 6.2}$$

Mediante un simple re-ordenamiento de los componentes que aparecen en la Ecuación 6.2 podemos realizar una estimación de  $SS_{residual}$  que siempre será menor (o igual si  $SS_o = 0$ ) que  $SS_{A \times S}$ , lo cual conducirá necesariamente a razones F superiores para el factor

manipulado y, por tanto, la posibilidad de rechazar  $H_0$  será, a su vez, superior. La estimación de  $SS_{residual}$  será:

$$SS_{residual} = SS_{A \times S} - SS_O$$

En el ejemplo que estamos considerando en el capítulo esta estimación valdría:

$$SS_{residual} = SS_{A \times S} - SS_O = 0.03682 - 0.00477 = 0.03205$$

Para determinar, por último, la Media Cuadrática de este componente residual debemos considerar que la Ecuación 6.2 debe cumplirse no solamente para las Sumas de Cuadrados, sino también para los grados de libertad implicados, es decir:

$$SS_{A \times S} = SS_O + SS_{residual} \quad gl_{A \times S} = gl_O + gl_{residual}$$

En el ejemplo de este capítulo ya sabemos que el componente de variación ( $A \times S$ ) tiene 10 grados de libertad, mientras que aplicando la regla que expusimos previamente, el componente O tiene  $3-1 = 2$  grados de libertad (recuérdese que la razón  $SC_O$  se calculó como  $[O] - [T]$ , que habían tres distintos contrabalanceos y que  $[T]$  se sustituía siempre por la unidad). En consecuencia, el número de grados de libertad de  $SC_{residual}$  será  $10 - 2 = 8$ . Disponiendo estos nuevos valores en una nueva tabla del ANOVA (véase Tabla 6.10) encontramos que la razón F empírica calculada con este valor de MC residual no ha aumentado, de hecho ha bajado ligeramente desde 10.8895 a 10.0081. Esto significa que el orden de contrabalanceo no ha aportado nada a la variabilidad en la variable dependiente (en estos datos simulados). En otros casos, la aportación del análisis considerando el contrabalanceo puede ser importante.

Tabla 6.10

Fuentes de variación	Sumas de Cuadrados	Grados de Libertad	Medias Cuadráticas	F
A	0.08019	2	0.040095	$\frac{0.040095}{0.00400625} = 10.0081$
S	0.00949	5	0.001898	
(A×S)	0.03682	10	0.003682	
O	0.00477	2	0.002385	
Residual	0.03205	8	0.00400625	
Total	0.1265	17		

Obsérvese en la Tabla 6.10 que los componentes O (de Orden) y Residual han sido sangrados hacia la derecha en relación al componente A×S para subrayar el hecho de que se consideran sub-componentes de este último.

El informe resumido de estos datos para publicación se realizaría de la siguiente forma:

*El efecto principal del factor "Condición de Stroop" fue altamente significativo [ $F(2,8) = 10.01$ ,  $MS_e = 0.004$ ,  $p < 0.05$ ].*

Obsérvese que en este nuevo informe los grados de libertad apropiados (2 y 8) corresponden a los grados de libertad de la Media Cuadrática residual mientras que en el informe anterior se correspondían a la  $MC_{A \times S}$  (es decir, 2 y 10). Al cambiar los grados de libertad, la función de densidad de probabilidad de la F también cambia ligeramente. Para finalizar, en el informe del experimento incluiríamos una tabla con los estadísticos descriptivos básicos (v.g., la media y su error típico, así como la desviación típica) del TR medio por condición experimental, tal y como se muestra en la Tabla 6.11.

**Tabla 6.11** Tiempo de reacción medio por condición (ET = Error Típico calculado como el cociente entre la desviación típica insesgada y  $\sqrt{n}$ )

	Condición		
	Congruente	Incongruente	Neutral
Media (ET)	0.609 (0.0183)	0.769 (0.0326)	0.661 (0.012)
Desviación típica (insesgada)	0.0448	0.0799	0.0294

**Interpretación:** La interpretación de los resultados solo puede realizarse en el marco de la hipótesis teórica que guió la realización del experimento. Como no planteamos ningún marco teórico, este experimento sólo constataría la existencia y magnitud del efecto Stroop. Otros experimentos tendrían que introducir otras variables (estimulares, características de los sujetos, etc.) para investigar el mecanismo que conduce a que, en ciertas condiciones, las personas no podamos filtrar la información irrelevante para la tarea que estamos llevando a cabo en ese momento. En nuestro caso, debemos concluir que al menos dos condiciones de las utilizadas en el experimento tienen tiempos de reacción medios diferentes entre sí ya que la F ha sido significativa (es decir, hasta el momento solo hemos realizado lo que se conoce como “el test ómnibus” o test global). La identidad y el número de estas condiciones que difieren sólo puede conocerse realizando comparaciones *a posteriori*. El tratamiento de las mismas queda fuera del nivel de este texto y sólo podemos remitir al alumno interesado para que revise la literatura complementaria.

## 6.4.- Ejercicios de auto-evaluación

### 6.4.1.- Enunciados

1. El contrabalanceo de los niveles de un factor es una exigencia en los diseños: A) test-retest; B) inter-sujetos; C) intra-sujeto.
2. En un diseño de un factor intra-sujeto, los participantes: A) pasan por todos los niveles del factor; B) solamente pasan por un nivel del factor; C) no muestran efectos de aprendizaje.
3. La ventaja de utilizar un diseño intra-sujetos en relación a un diseño inter-sujetos consiste en que: A) el término error es usualmente inferior; B) el sujeto es su propio control; C) ambas opciones son correctas.
4. En el análisis típico de un diseño intra-sujetos en relación al análisis considerando el contrabalanceo: A) en el primero se pierde información; B) se utilizan diferentes  $MC_e$ ; C) ambas opciones son correctas.
5. Una tabla  $A \times S$  se compone de: A) la media de la variable dependiente para cada nivel del factor; B) los valores de la variable dependiente en cada nivel del factor y para cada sujeto; C) el sumatorio de la variable dependiente para cada sujeto.
6. Si disponemos de 8 sujetos y 4 condiciones experimentales, el cálculo de la razón básica [T] se realizará dividiendo  $\sum \sum (AS_{ij})^2$  entre: A) 8; B) 32; C) 4.
7. ¿En qué se diferencian los grados de libertad del número de elementos que se suman en las SS? A) en que los grados de libertad contabilizan los elementos con información independiente y le suman las restricciones; B) en que los grados de libertad también consideran las restricciones; C) no se diferencian en nada ya que son idénticos.

8. En los diseños intra-sujetos se considera que la varianza de error viene dada por: A) el factor manipulado; B) los sujetos; C) la interacción entre el factor manipulado y los sujetos.

#### 6.4.2.- Soluciones

1.- C      2.- A      3.- C      4.- C      5.- B      6.- B      7.- B      8.- C

#### 6.5.- Ejercicios propuestos

1. Se realizó un estudio para comparar la productividad de tres trabajadores en cuatro máquinas de ensamblaje idénticas. Se recogieron los registros de producción para cada operario en cuatro días seleccionados al azar. Los resultados fueron:

Operario 1	Operario 2	Operario 3
59	79	75
66	69	76
79	74	90
72	58	80

Evalúe la hipótesis de que los tres trabajadores fueron igualmente productivos. ¿Se ha contrabalanceado el factor "Operario"?

2. Se realizó un experimento para determinar el efecto de cuatro productos químicos sobre la resistencia a la rotura en varias telas. Se quería obtener esta información porque estos productos químicos se utilizaban como parte normal del tratamiento para el prensado final de la tela. Si su efecto no resultaba significativo, entonces no habrían implicaciones en la manufactura del producto pero si lo resultaba, se podrían estudiar procedimientos alternativos que no afectaran a la calidad de la tela. Por ello, se seleccionaron cinco telas distintas y se realizó un experimento en orden aleatorio con cada tipo de tela y cada producto químico. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

Producto químico	Tipo de tela				
	1	2	3	4	5
1	1.3	1.6	0.5	1.2	1.1
2	2.2	2.4	0.4	2.0	1.8
3	1.8	1.7	0.6	1.5	1.3
4	3.9	4.4	2.0	4.1	3.4

Evalúe si existen diferencias entre las medias de resistencia al estiramiento en función de los productos químicos utilizados.

---

<sup>ii</sup> Actualmente los editores de las revistas científicas también suelen pedir un índice de la potencia y/o del tamaño del efecto. Este requisito es importante porque la razón F sólo nos informa de una probabilidad condicional, es decir, nos informa de que la probabilidad de obtener una F como la alcanzada en la muestra, o superior, es igual al nivel crítico  $p$ , siempre y cuando  $H_0$  sea cierta (esta última es la condición de la probabilidad condicional). Observamos que esta probabilidad está restringida a esta condición ( $H_0$  cierta). Pero este valor debe suplementarse por los valores para  $H_1$  (es decir,  $1-\beta$ ) así como de la importancia del efecto (recuérdese que un efecto puede ser significativo, es decir, real pero poco relevante desde un punto de vista empírico, práctico o clínico aunque nunca teórico). Recuérdese también que la importancia y la significatividad son dos conceptos diferentes que no siempre coinciden. La importancia del efecto o tamaño del efecto es por ello un índice que suplementa el informe de la razón F indicándonos la relevancia de la significatividad.